Etkinlik No	4
Ders Adı	Matematik
Sınıf Düzeyi	9-12. Sınıflar Arası
Etkinlik Adı	Çokgensel Sayılar-İki Boyut ve Sonrası
Süre	40’+40’+40’+40’
Strateji, Yöntem ve Teknikler	Buluş yoluyla öğretim, soru-cevap, problem çözme.
Materyal/Araç Gereç	Ek 1 formu, kürdan, oyun hamuru, renkli kalemler, kâğıt.
Disiplinler arası Boyut	Görsel Sanatlar.
Kazanımlar	1)Düzlemdeki çokgensel sayıları materyal kullanarak modeller. 2) Tüm çokgensel sayılarda geçerli genel bir bağıntı bulur. 3) Üç boyutlu uzayda çokgensel sayıları materyal kullanarak modeller. 4) İki boyut ile üç boyuttaki çokgensel sayılar arasındaki ilişkileri keşfeder. 5)Özel sayı örüntülerinin genel kuralını cebirsel genelleme yoluyla üretir.
Hazır Bulunuşluk ve Ön Hazırlık	Öğrenciler sayı dizileri ve dizinin genel terimini cebirsel olarak ifade etmeyle ilgili temel bilgi ve becerilere sahip olmalıdır. Öğretmen materyalleri (kürdan, oyun hamuru) hazır hale getirmelidir. Etkinlik formunu öğrenci sayısına göre çoğaltmalıdır.
Öğrenme Öğretme Süreci	İlk olarak öğrencilere etkinlik kâğıdının A bölümünde olduğu gibi çokgensel sayıların oluşumuyla ilgili tablo verilir. Öğrencilerden tablodaki örüntülere dikkat ederek hazır materyallerle üçgensel, dörtgensel(karesel), beşgensel sayılar gibi sayı dizilerini modellemeleri istenir. Tümevarım ve tümdengelim yöntemleriyle bu sayı dizilerinin genel terimlerini öğrencinin bulması istenir. Öğrencilerden düzlemdeki çokgensel sayılar için aşağıdaki yollarla bağıntıları bulmaları beklenir: Üçgensel sayılar için; $\Delta_1 = 1$ $\Delta_2 = 1 + 2$ $\Delta_3 = 1 + 2 + 3$ … $\Delta_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n.(n+1)}{2}$ (Gauss toplam formülünden)

Karesel sayılar için;

$$\square_1 = 1$$

$$\square_2 = 1 + 3$$

$$\square_3 = 1 + 3 + 5$$

…

$$\square_n = 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2$$

Bölümün sonunda k-gensel sayılar için genel bir formül bulmaları istenir. k, çokgenin kenar sayısı ve n de terim sırası olmak üzere öğrencilerden aşağıdaki formülü elde etmeleri beklenir:

$$\frac{n.((k-2)n - k + 4)}{2}$$

İlk bölümün 5. maddesinde öğrencilerden üçgensel sayılar ile karesel sayılar arasındaki bir ilişkiyi gösteren bağıntıyı ispat etmeleri istenir.

Etkinliğin B bölümünde öğrencilere çokgensel sayıların benzerlerini üç boyutlu uzayda oluşturmak istersek nasıl yapabileceğimiz sorulur. Bu konu üzerinde düşünerek fikirler, modeller ortaya koymaları beklenir. Bölümün sonraki maddelerinde üç boyutlu uzayda üçgensel ve karesel sayılar için oluşturulmuş iki model verilir. Düzlemdeki çokgensel sayılarda yapılanlara benzer şekilde materyal kullanarak adım adım üç boyutlu üçgensel ve karesel sayılar elde edilir. Öğrencilerden bunların da genel terimlerini nasıl bulabilecekleri üzerinde düşünmeleri istenir. Bu aşamada düzlemdeki üçgensel ve karesel sayılar ile üç boyuttaki üçgensel ve karesel sayılar arasında ilişki olup olmadığı sorulur. Öğrencilerin ilişkileri bularak ve bu ilişkilerden yararlanarak aşağıdaki gibi genel terimleri bulmaları beklenir:

Üç boyutlu uzayda n.üçgensel sayı $\Delta_n^{(3)}$ ile gösterilmek üzere;

$\Delta_1^{(3)} = \Delta_1^{(2)} = 1$

$\Delta_2^{(3)} = \Delta_1^{(2)} + \Delta_2^{(2)} = 1 + 3 = 4$

$\Delta_3^{(3)} = \Delta_1^{(2)} + \Delta_2^{(2)} + \Delta_3^{(2)} = 1 + 3 + 6 = 10$

…

$$\Delta_n^{(3)} = \Delta_1^{(2)} + \Delta_2^{(2)} + \ldots + \Delta_n^{(2)}$$

$$= \frac{1.2}{2} + \frac{2.3}{2} + \frac{3.4}{2} + \ldots + \frac{n.(n+1)}{2}$$

$$= \frac{1^2+1}{2} + \frac{2^2+2}{2} + \ldots + \frac{n^2+n}{2}$$

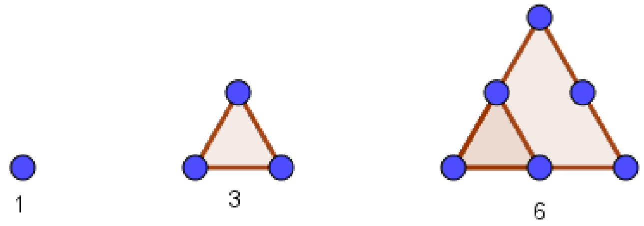
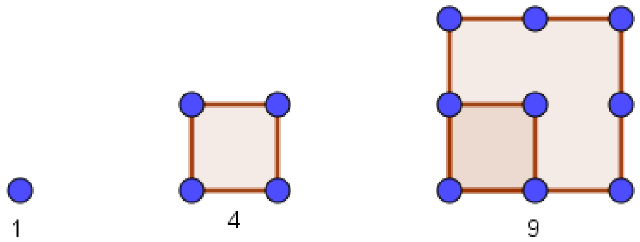
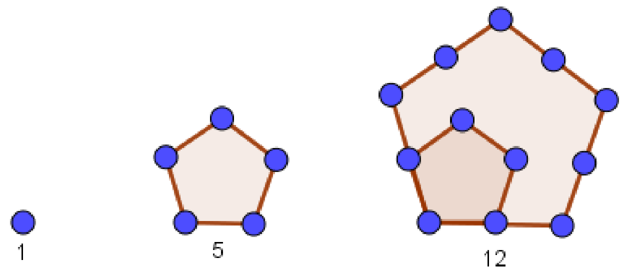
$$= \frac{1}{2}(1+2+\ldots+n) + \frac{1}{2}(1^2 + 2^2 + \cdots + n^2)$$

$$= \frac{1}{4}.n.(n+1).[1 + \frac{1}{3}.(2n+1)]$$

	$=\frac{1}{4}.n.(n+1).2.(n+2).\frac{1}{3}$ $=\frac{1}{6}.n.(n+1).(n+2)$ Karesel sayılar için de benzer ilişkilendirmeler yapılarak üç boyuttaki karesel sayıların genel terimi bulunur. En sonunda öğrencilerden daha üst boyutlardaki çokgensel sayılar üzerinde düşünmeleri istenir.
Ölçme ve Değerlendirme	Ek 2 formu.
Kaynakça	Şahin, M. (2016). *"Farklı boyutlarda geometrik sayılar"*.-TÜBİTAK 47.Orta Öğretim Öğrencileri Araştırma Projeleri Yarışması Matematik Kategorisi Projesi. Erişim adresi: https://www.academia.edu/37138626/Farkl%C4%B1_Boyutlarda_Geometrik_Say%C4%B1lar Erişim tarihi: 27.09.2022

EK 1-ETKİNLİK KAĞIDI

A) Aşağıdaki tabloda belirli bir düzenle çokgenlerin genişletildiğini görüyoruz. Şekillerin altına şekildeki nokta sayıları yazılmıştır. Bu sayıların geneline çokgensel sayılar denilmektedir.

Üçgensel sayılar		…
Karesel sayılar		…
Beşgensel sayılar		…
…	…	…

1) Hazır materyallerle (kürdan, oyun hamuru) üçgensel sayıları oluşturabilir misiniz?

a. Oluşturduğunuz şekil örüntüsüne göre 6. adımdaki nokta sayısı kaçtır?

b.Oluşturduğunuz şekil örüntüsüne göre 10. adımdaki nokta sayısı kaçtır?

c. Üçgensel sayı dizisinin genel terimini bulunuz (n. adım için).

2) Hazır materyallerle (kürdan , oyun hamuru vs…) dörtgensel (Karesel) sayıları oluşturabilir misiniz?

a. Oluşturduğunuz şekil örüntüsüne göre 7. adımdaki nokta sayısı kaçtır?

b. Oluşturduğunuz şekil örüntüsüne göre n. adımdaki nokta sayısını veren bir bağıntı (karesel sayıların genel terimi) bulunuz

3) Hazır materyallerle (kürdan ,oyun hamuru vs…) beşgensel sayıları oluşturabilir misiniz?

a. Oluşturduğunuz şekil örüntüsüne göre 5. adımdaki nokta sayısı kaçtır?

b. Oluşturduğunuz şekil örüntüsüne göre n. adımdaki nokta sayısını veren bir bağıntı (beşgensel sayıların genel terimi) bulunuz

4) Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurarak çokgensel sayıların hepsi için geçerli genel bir formül bulunuz. İlişkileri daha iyi görebilmek için öncelikle altıgensel sayıları şekil örüntüsü oluşturmadan, sadece tablodaki örüntüleri izleyerek bulmayı deneyebilirsiniz.

Kaç-gensel?	**1. terim**	**2. terim**	**3. terim**	**4. terim**	**…**	**n. terim**
Üçgensel	1	3	6	10	…	
Karesel	1	4	9	16	…	
Beşgensel	1	5	12	22	…	
Altıgensel						
…	…	…	…	…	…	…
k-gensel						

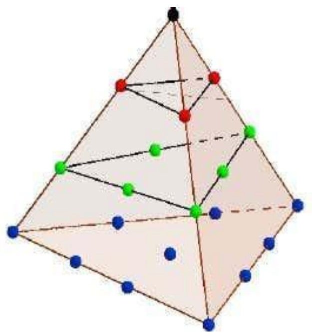
5) Üçgensel sayı dizisinin genel terimi (n. terimi) Δ_n ve dörtgensel (karesel) sayı dizisinin genel terimi (n. terimi) $\square_n$ olmak üzere, $8\Delta_n + 1 = \square_{2n+1}$ olduğunu gösteriniz.

B)

1) Düzlemde (2 boyutta) çokgensel sayıları ve aralarındaki ilişkileri inceledik. Peki üç boyutlu uzayda çokgensel sayıların benzerlerini oluşturmak isteseydik nasıl olurdu? Aklınıza gelen durumları çizmeye çalışınız veya materyal (oyun hamuru, kürdan, birim küp, manyetik lego, vs.) kullanarak modeller oluşturunuz.

2)

Üçgensel sayıların benzerini üç boyutlu uzayda yandaki gibi modellediğimizi farz edelim. Buna göre her bir adımdaki nokta sayıları ne olmalıdır? Materyal kullanarak oluşturmayı deneyiniz. Üç boyutlu uzaydaki üçgensel sayı dizisini oluşturup genel terimini bulmaya çalışınız.

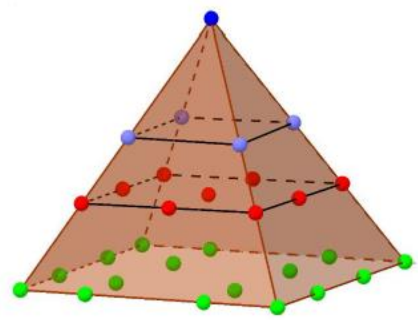


(Şahin, 2016)

3) Düzlemdeki üçgensel sayılar ile üç boyutlu uzaydaki üçgensel sayılar arasında bir ilişki görüyor musunuz? İlişki bulmak için her bir adımlarını karşılaştırarak incelemeyi deneyebilirsiniz. Eğer bir ilişki bulursanız bu ilişkiyi kullanarak üç boyutlu üçgensel sayıların genel terimini oluşturmaya çalışınız.

4)

Karesel sayıların benzerini üç boyutlu uzayda yandaki gibi modellediğimizi farz edelim. Buna göre her bir adımdaki nokta sayıları ne olmalıdır? Materyal kullanarak oluşturmayı deneyiniz. Üç boyutlu uzaydaki karesel sayı dizisini oluşturup genel terimini bulmaya çalışınız.



(Şahin, 2016)

5) Düzlemdeki karesel sayılar ile üç boyutlu uzaydaki karesel sayılar arasında bir ilişki görüyor musunuz? İlişki bulmak için her bir adımlarını karşılaştırarak incelemeyi deneyebilirsiniz. Eğer bir ilişki bulursanız bu ilişkiyi kullanarak üç boyutlu karesel sayıların genel terimini oluşturmaya çalışınız.

6) Daha üst boyutlar (4, 5, … veya genel olarak s-boyut) için çokgensel sayılar oluşturulabilir mi? Üzerinde düşününüz.

Ek 2- Kontrol Listesi Formu

Etkinliği uyguladığımız öğrencilerimizde gözlemlediğimiz davranışlara evet, gözlemleyemediğimiz davranışlara hayır olarak işaretleyiniz.

Öğrencinin adı soyadı	evet	hayır
Modelleme yoluyla şekil örüntülerini oluşturdu.		
Disiplinler arası ilişkilendirme becerisi kullandı.		
Anlatılmak istenen olay ve ilişkileri sembolik,sözel,cebirsel,sayısal verilerle gösterdi.		
Çokgensel sayıların arasındaki ilişkileri belirledi.		
Daha önce gördüğü şekil örüntüleri ile çokgensel sayılar arasında ilişki kurdu.		
Şekil örüntülerinden yararlanarak genelleme yaparak ispat yöntemlerini kullandı.		
Eldeki bilgilerle yola çıkarak çeşitli genellemeler yapmaya istekliydi.		